

Lexique Mathématiques et Sciences de la nature

Algorithme : c'est une procédure automatisée de calcul. Pour chaque opération, il existe différents algorithmes.

Chiffre : en mathématique, un chiffre est un signe, un caractère destiné à l'écriture des nombres. Dans notre numération, il existe dix chiffres différents : 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 et 0.

Conjecture : par « pose d'une conjecture puis validation ou réfutation », on entend : émettre des suppositions sur « quelque chose qui semble vrai », puis essayer de le démontrer. « Conjecture » a ainsi une signification proche du terme « hypothèse » employé dans la langue courante. Pour le mathématicien, « hypothèse » prend un sens particulier, c'est un outil de démonstration.

Croquis : comme le dessin, le croquis est une forme de représentation d'une figure. Il ne respecte pas les mesures mais contient des informations (cotes, symboles, explications complémentaires) qui permettent soit de définir la figure qu'il représente de manière univoque, soit de servir de support à la réflexion.

Débat scientifique : dans une assemblée comme dans un petit groupe d'élèves, le débat scientifique peut se faire aussi bien en début d'activité de recherche afin d'extraire et de confronter les conceptions de chacun, qu'en fin d'activité où il s'agira cette fois de confronter les résultats obtenus. L'élève qui veut participer au débat scientifique organisé par l'enseignant est invité à prendre la parole en s'adressant directement à ses pairs de la façon suivante : « Moi, je pense que telle idée est valide..., que tel raisonnement prouve ou contredit l'idée soutenue par moi ou par mon pair..., et voilà mes raisons... ». Au cours du débat, chacun doit donc défendre ses idées avec ténacité tant qu'elles lui semblent plus raisonnables que les explications concurrentes ou contradictoires et (contrairement au débat polémique) les abandonner, en disant pour quelles raisons, quand il a été persuadé du contraire. Dans ce « débat d'idées et d'explications », chacun sait qu'il gagne non pas principalement si le débat lui donne raison, mais plutôt si l'explicitation des arguments des uns et des autres l'éclaire et éclaire les autres, fait avancer le groupe dans la compréhension profonde de la situation. Dans ce débat, l'enseignant se porte garant de la scientificité globale du débat mais non de la vérité ou de la pertinence des arguments et résultats proposés au fur et à mesure. C'est à la fin seulement qu'il institutionnalise les résultats vrais et conformes (définitions et théorèmes), qu'il identifie les résultats faux (les plus récurrents contre lesquels il faudra continuer à se battre), qu'il met en exergue les procédures qui ont été productrices d'idées ou qui ont permis de séparer le vrai du faux (le « métier » de scientifique).

Démarche scientifique : il s'agit d'une démarche plus générale que la démarche expérimentale. En effet, en *Sciences de la nature*, il se produit souvent des situations où l'expérimentation est impossible pour des raisons pratiques (il est difficile d'expérimenter en laboratoire le mouvement des planètes ou l'avancée des glaciers) ou éthiques (le respect du vivant limite au strict nécessaire toute expérimentation sur des êtres vivants

et en particulier sur des animaux ou des hommes). La démarche du physicien ou du chimiste de reproduire un phénomène en laboratoire en contrôlant les variables et les paramètres est donc rarement applicable à d'autres sciences. Dans ce cas, l'expérimentation peut être remplacée par l'observation répétée afin de disposer d'un nombre statistiquement valable de données permettant d'extraire ce qui se reproduit de ce qui est lié à un cas particulier.

Démonstration ou preuve : en mathématiques, la démonstration (ou la preuve) a un statut tout à fait particulier par rapport aux autres sciences : elle se base sur le principe du tiers exclu (en mathématiques, une affirmation est vraie ou fausse, elle n'a pas de statut intermédiaire). La démonstration mathématique est le seul moyen de valider une conjecture puisqu'il n'y a pas la possibilité de confronter celle-ci au monde réel. Cependant se focaliser sur les démonstrations canoniques souvent reformulées après coup peut amener les élèves à croire que des argumentations n'ont de valeur en mathématiques que lorsqu'elles sont présentées sous une forme définitive, alors que la recherche en mathématiques est foisonnante d'essais, erreurs, tentatives, expériences, ébauches, éléments de preuves, esquisses de raisonnement,...

Dessin : le dessin (construction, plan) est une représentation d'une figure qui respecte les mesures (de longueurs et d'angles) et dont la précision dépend des instruments utilisés et de l'habileté manuelle du dessinateur. Les dessins peuvent causer des interprétations erronées de certaines figures. Par exemple, la représentation dessinée d'une droite est une ligne nécessairement finie alors que l'objet géométrique est une ligne infinie. De même, la mesure d'un angle est indépendante de la longueur de ses côtés sur le dessin.

Division : la division permet de trouver :

1. la mesure de chaque part lors de partages égaux (« division de partage ») ;
2. le nombre de parts de mesure donnée qui entrent dans une quantité fixée (« division de contenance ») ;
3. le rapport de deux grandeurs (exprimées dans la même unité de mesure) ou de deux nombres (comparaison) ;
4. une grandeur à partir d'une autre (une longueur à partir d'une aire, une aire à partir d'un volume,...) dans des situations de produits de mesures ;
5. la valeur unitaire dans des situations de proportionnalité ;
6. une nouvelle grandeur correspondant au rapport de deux grandeurs de natures différentes (vitesse, densité de population,...).

Division euclidienne : opération qui consiste, à partir de deux nombres naturels D (dividende) et d (diviseur), à déterminer deux nombres naturels q (quotient) et r (reste) tels que $D = d \times q + r$ avec $r < d$.

Ensemble de nombres :

- Les nombres naturels ou entiers naturels permettent de compter des quantités finies d'objets. Ce sont les éléments de l'ensemble $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, \dots\}$.

- Les nombres entiers relatifs sont les éléments de l'ensemble $\mathbb{Z} = \{\dots, -6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, +1, +2, +3, +4, +5, +6, \dots\}$.
- Les nombres décimaux sont les nombres dont l'écriture décimale est finie, autrement dit qui peuvent être écrits à l'aide d'un nombre fini de chiffres.
- Les nombres rationnels sont des nombres qui peuvent être représentés par le quotient de deux nombres entiers (exemples : $\frac{1}{5}$; 0,6666...; -3; 7,629). L'ensemble des nombres rationnels est noté \mathbb{Q} .
- Les nombres irrationnels sont des nombres qui ne peuvent pas être représentés par le quotient de deux nombres entiers (exemples : π , $\sqrt{2}$).
- Les nombres réels sont des nombres rationnels ou irrationnels. L'ensemble des nombres réels est noté \mathbb{R} .
- Tous les nombres naturels sont des entiers relatifs, tous les entiers relatifs sont des nombres décimaux, tous les nombres décimaux sont des nombres rationnels et tous les nombres rationnels sont des nombres réels : $\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$.

Espace (délimitation) : selon les travaux de G. Galvez et G. Brousseau (1983) ainsi que de R. Berthelot et M.-H. Salin (1992), il existe trois types d'espaces avec lesquels l'individu peut être en interaction :

- le micro-espace qui, selon Brousseau (1983), est « l'espace des interactions liées à la manipulation des petits objets ». Il désigne l'espace sous contrôle visuel direct du sujet qui peut voir, toucher et déplacer les objets de cet espace. De plus, le sujet étant extérieur à cet espace, les objets y sont perçus exhaustivement. Appréhender cet espace ne nécessite donc pas de conceptualisation. Exemples : la feuille de papier ou la table de l'élève ;
- le méso-espace qui, selon Brousseau (1983), est « l'espace des déplacements du sujet dans le domaine contrôlé par la vue ». En d'autres termes, c'est un espace accessible à une vision globale. Les objets, fixes ou mobiles, y sont visibles selon diverses perspectives puisque l'individu est inclus dans cet espace, peut s'y déplacer et l'observer selon différents points de vue. Appréhender cet espace nécessite donc une conceptualisation. Exemples : la salle de classe ou la cour de récréation ;
- le macro-espace qui, selon Berthelot et Salin (1992), est par exemple « l'espace des trajets dans la ville ». Il s'agit d'un espace accessible uniquement à des visions partielles. Les objets y sont fixes et une partie seulement est sous le contrôle de la vue. L'individu y est inclus et doit donc coordonner les informations partielles pour reconstituer le tout. Appréhender cet espace nécessite donc une conceptualisation. La résolution de problèmes dans le méso- ou le macro-espace nécessite souvent le passage par une représentation de la situation dans le micro-espace (schéma, croquis, plan, ...). La réflexion est alors menée sur cette représentation puis les résultats sont reportés dans la situation réelle. Exemple : les trajets pour aller de la maison à l'école.

Figure : en géométrie, la figure est un objet immuable et idéal. Elle existe indépendamment des représentations (dessin, croquis, ...) qui en sont faites. Par exemple, une droite représentée par un croquis ou un dessin est finie et épaisse alors que la droite géométrique est une figure infinie et sans épaisseur (elle n'est que longueur).

Forme : la forme est liée à la perception d'ordre visuel d'un objet ; c'est l'ensemble de ses contours résultant de son organisation (*un chapeau de clown en forme de cône*). Une figure n'a de forme que dans la mesure où elle est représentée par un dessin, un croquis, un objet, ...

Frise : motif constitué de formes géométriques répétées et disposées régulièrement.

Hypothèse : ce terme a un sens différent en mathématiques et en sciences ; en mathématiques, il correspond à ce qui est connu, par exemple pour démontrer un théorème ; en sciences, il correspond à une supposition, une tentative d'explication résultant d'une problématique, plausible en l'état des connaissances de la personne qui l'émet qui doit être confrontée à l'épreuve des faits, l'élaboration d'hypothèses est une étape essentielle à toute démarche d'investigation scientifique.

Identifier : ce mot est utilisé dans les composantes et dans les progressions avec deux sens différents :

- **identifier** dans le sens de repérer un élément sur la base de ses caractéristiques ;
- **identifier** dans le sens de créer un lien entre deux concepts (utilisation caractéristique des sciences). Exemple : identifier la masse à la quantité de matière.

Mobiliser : signifie choisir et utiliser une démarche, un outil ou une connaissance. En fonction de la situation, ce choix et cette utilisation sont laissés à l'initiative de l'élève.

Modéliser : recouvre l'idée d'associer à une situation complexe un modèle qui la rend intelligible en la réduisant à ses éléments essentiels.

Multipliation : la multiplication permet de trouver :

1. le résultat d'additions répétées (multiplication par un entier) dans les situations d'itération ;
2. le nombre de combinaisons possibles dans les situations liées au produit cartésien (*par ex: 3 entrées, 3 plats principaux et 2 desserts permettent de constituer $3 \times 3 \times 2 = 18$ menus*) ;
3. une grandeur en connaissant la grandeur unitaire dans les situations de proportionnalité ;
4. de nouvelles grandeurs (aires, volumes, ...) dans les situations de produits de mesures.

Outils de calcul : ce sont les diverses manières qui permettent d'estimer, d'obtenir ou de valider le résultat d'une opération arithmétique. Les outils de calcul utilisés sont notamment les répertoires mémorisés, le calcul réfléchi, les algorithmes et la calculatrice.

Pavage : composition d'une figure donnée en utilisant certaines figures imposées, que ce soit dans le plan (surfaces) ou dans l'espace (solides).

Problèmes additifs¹ :

- Type EEE (état, état, état) : deux états se composent pour donner un nouvel état. Exemple : Valentin a 12 billes, Séraphine en a 9. Ensemble, ils en ont 21.
- Type ETE (état, transformation, état) : une transformation d'un état initial en un état final. Exemple : Valentin a 12 billes. Il joue une partie contre Séraphine et en perd 7. Il lui en reste 5.
- Type ECE (état, comparaison, état) : une comparaison de deux mesures ou deux états. Exemple : Valentin a 12 billes, Séraphine en a 7 de moins que Valentin. Séraphine a donc 5 billes.
- Type TTT (transformation, transformation, transformation) : deux transformations se composent pour donner une transformation. Exemple : Séraphine a gagné 6 billes, puis elle en a perdu 9. En tout elle en a perdu 3.
- Type RTR (relation, transformation, relation) : une transformation opère sur un état relatif (une relation) pour donner un état relatif. Exemple : Valentin devait 6 billes à Séraphine. Il lui en rend 4. Il ne lui en doit plus que 2.
- Type RRR (relation, relation, relation) : deux états relatifs se composent pour donner un état relatif. Exemple : Valentin doit 7 billes à Séraphine, mais Séraphine lui en doit 3. Valentin doit donc 4 billes à Séraphine.

Recomptage : procédure qui consiste à réunir ou reconstituer sur un support quelconque (les doigts en général) plusieurs collections puis compter le tout.

Situation-problème : elle correspond à une situation complexe pour l'élève, tirée, si possible, du réel dans le cadre des sciences, et dont la résolution n'a pas de solution évidente a priori, les connaissances de l'élève étant encore insuffisantes. Elle a pour but de permettre la construction d'un nouvel outil ou d'un savoir qui sera plus adapté à la résolution de la situation. Elle place l'élève devant une difficulté, obstacle qui remet en cause ses conceptions et représentations. Il s'agit alors pour l'élève d'explorer ses conceptions, de se poser des questions qui devraient engendrer une rupture dans son savoir puis de dégager et de choisir des pistes de recherche, enfin de rassembler ses résultats en les validant, les structurant et les synthétisant en vue d'être communicables. La conclusion à une telle activité se fait de préférence sous forme de débat scientifique ou d'une synthèse gérée par l'enseignant sur la base des productions des élèves.

Suite :

- Une suite (U_n) est arithmétique s'il existe un réel r , appelé la raison de la suite, tel que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = U_n + r$.
- Une suite (U_n) est géométrique s'il existe un réel q , appelé la raison de la suite, tel que pour tout entier naturel n , $U_{n+1} = q U_n$.

Surcomptage : compter au-delà du cardinal d'une première collection en ajoutant autant d'unités qu'il y a d'éléments dans la deuxième collection.

Systemique :

- En physique, caractérise une situation où la modification d'un élément implique la modification de tous les éléments du système, y compris la/les cause-s.
- En biologie, caractérise une situation où la modification d'un élément implique la modification d'autres éléments du système, y compris la/les cause-s.

Théorème-élève : ensemble de règles ou de représentations erronées construites par l'élève, la plupart du temps par généralisation abusive de propriétés.

Unités non conventionnelles : il s'agit d'unités de mesure choisies parmi des objets physiques (main, cahier, tasse,...) servant d'étalon pour effectuer la mesure (approximative) d'une grandeur.

Utiliser : s'entend aussi bien pour des connaissances en acte (utilisation intuitive, naturelle dans le cadre d'exemples particuliers) que pour des connaissances d'ordre déclaratif (l'élève sait énoncer la propriété qu'il utilise et la reconnaître comme une propriété indépendante de l'exemple choisi).

¹ *Apprentissages et enseignement des mathématiques. Commentaires didactiques sur les moyens d'enseignement pour les degrés 1 à 4 de l'école primaire* / A. Gagnebin, N. Guignard, F. Jaquet / COROME éd. 1998 / p. 115-125 ; p. 129-131.